

## D. BERNULLI TENGLAMASINING GEOMETRIK, ENERGETIK VA FIZIK XOSSALARI

**Ozodjonov Javohir Tursunnazar o'g'li**  
*Toshkent Davlat Transport Universiteti talabasi,*  
**Babayev Asqar Ro'zibadalovich**  
*Toshkent Davlat Transport Universiteti dotsenti*

**Annotatsiya:** Bernulli tenglamasining gidravlika va texnika, gidrodinamikada muhim ahamiyati bor. Hajm birligidagi suyuqlik energiyasining saqlanish qonunidan foydalanib D. Berpulli chiqargan. Bernulli tenglamasi — gidrodinamikaning asosiy tenglamasi. Suyuqlik oqimi barqaror (statsionar) bo'lganda suyuqlikning oqish tezligi  $V$  bilan bosimi  $R$  orasidagi munosabatni ifodalaydi. Bernulli tenglamasiga ko'ra suyuqlik ko'ndalang kesimi o'zgaruvchan gorizontal quvurdan oqayotgan bo'lsa, quvurning tor joylarida suyuqlikning tezligi kattaroq, bosimi kichikroq va, aksincha, quvurning keng joylarida bosimi kattaroq, tezligi kichikroq bo'ladi. Bernulli tenglamasi gidravlika masalalarini yechishda, mos quvurlarning biror ko'ndalang kesimidan vaqt birligida oqib o'tayotgan suyuqlik (yoki siqilgan gaz) miqdorini hisoblashda ishlataladi. Buning uchun Pitonaychasi yordamida suyuqlikning bosimi aniqlanadi.

**Taynch So'zlar:** Elementar oqimcha, Pito naychasida, yopishqoqlik, geometrik balandlik, solishtirma energiya, to'la energiya.

Geometrik nuqtai nazar bo'yicha D.Bernulli tenglamasidagi hadlar quyidagicha aytildi:

1)  $z$  - taqqoslash tekisligi (0-0) dan ko'rيلayotgan kesmaning markazigacha bo'lgan masofa, geometrik balandligi;

2)  $\frac{P}{\gamma}$  - ko'rيلayotgan kesmaning markazidan pezometrda ko'tarilgan suyuqlikni sathigacha bo'lgan masofa, pezometr balandligi;

3)  $\frac{u^2}{2g}$  - tezlik dami bo'lib, uni Pito naychasi orqali aniqlash mumkin;

4)  $z + \frac{P}{\gamma}$  - ko'rيلayotgan kesmada harakat qilayotgan suyuqlikna pezometrik dami;

5)  $z + \frac{P}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$  - ko'rيلayotgan kesmada harakat qilayotgan suyuqlikni to'la dami.

Pitonaychasida pezometrning pastki qismi  $90^\circ$  burchak ostida egilgan bo'lib uchi silliq toraygan bo'ladi. U bilan harakat qilayotgan suyuqlikni ixtiyoriy

kesmadagi nuqtaning zarracha tezligini aniqlash mumkin. Buning uchun Pitonaycha uchini suyuqlik ichiga kiritib topmoqchi bo`lgan ixtiyoriy kesmadagi nuqtaga o`rnataladi. Shu nuqtada suyuqlik zarrachasining bosimi va tezligi hisobiga Pitonaychada ko`tarilgan suyuqlik sathi to`g`ri pezometrdagiga nisbatan  $\frac{u^2}{2g}$  ga balandroq bo`ladi. Agar o`sha balandlikni  $h$  deb belgilasak,  $h = \frac{u^2}{2g}$  bo`ladi.

Bundan tezlik u ni topamiz:

$$u = \sqrt{2gh},$$

Bu ifoda suyuqlik zarrachasining aniq tezligini bermaydi, chunki Pito naychasini suyuqlikga kiritish natijasida ortiqcha qarshilik hosil bo`ladi. Shuning uchun zarrachani xaqiqiy tezligini aniqlashda tezlik ifodasiga koeffitsient K (tajribadan topilgan tuzatish koeffitsient) kiritiladi, ya`ni

$$u = K \sqrt{2gh}$$

Taqqoslash tekislikdan z masofada joylashgan oqimning o`qi bo`yicha yotgan nuqtalarga pezometrlar o`rnatalgan bo`lsin. Shu pezometrlardagi ko`tarilgan suyuqlik sathlarini chiziq bilan birlashtirsak, pezometr chizig`i hosil bo`ladi. Agar endi suyuqlik ning o`qi bo`yicha yotgan nuqtalarga Pito naychalarini o`rnatib, ulardagи suyuqliklar sathini chiziq bilan birlashtirsak, biz to`la dam chizig`ini hosil qilamiz. To`la dam chizig`i va pezometr chiziqlar orasidagi masofa oqim bo`yicha o`zgarayotgan tezlik damini bildiradi.

**Benuqson elementar oqim uchun D. Bernullitenglamasini energetik sharhlovi.** Elementar suyuqlik massasi  $\delta M$  ga teng bo`lib s yo`nalish bo`yicha harakatda bo`lsin. Shu suyuqlikni ixtiyoriy kesma uchun to`la energiyasini topamiz. To`la energiya suyuqlikni potentsial va kinetik energiyalarning yig`indisiga teng. 0-0 taqqoslash tekislikga nisbatan potentsial energiya suyuqlik og`irligini geometrik z va pezometrdagi ko`tarilgan balandlik  $\frac{P}{\gamma}$  yig`indisi ko`paytmasiga teng

$$\gamma \delta W \left( z + \frac{P}{\gamma} \right) = g \delta M \left( z + \frac{P}{\gamma} \right)$$

Xuddi shunga o`xshab suyuqlikni ixtiyoriy kesmasi uchun ifodani yozish mumkin.

Elementar oqim uchun ko`rilayotgan kesmadagi kinetik energiyasi  $\frac{\delta M u^2}{2}$  ga teng.

Suyuqlikni kesmadagi to`la energiyasi

$$\delta E = g \delta M \left( z + \frac{P}{\gamma} \right) + \delta M \frac{u^2}{2}$$

Agar ifodani birinchi hadini suyuqlik og`irligi  $g\delta M$  ga bo`lsak unda biz kesmadagi solishtirma potentsial energiyani, ikkinchi hadga bo`lsak solishtirma kinetik energiyalarni hosil qilamiz.

Demak, harakat qilayotgan suyuqliknı ixtiyoriy kesmadagi olingan to`la solishtirma energiya shu kesmadagi uchta solishtirma energiyalarning yig`indisidan tashkil topadi:

$z$ - solishtirma potentsial energiyasining holati;

$\frac{P}{\gamma}$  - solishtirma potentsial energiyaning bosimi;

$z + \frac{P}{\gamma}$  - solishtirma potentsial energiya;

$\frac{u^2}{2g}$  - solishtirma kinetik energiya .

To`la solishtirma energiya teng

$$\delta E = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$$

Benuqson harakat qilayotgan suyuqlik uchun uch xad yig`indisi, to`la solishtirma energiya yo`nalish bo`yicha o`zgarmasdir.

**Mavjud elementar oqimcha uchun D.Bernulli tenglamasi.** Mavjud elementar oqimchada yopishqoqlik hisobiga zarrachalar harakati bir-biriga qarshilik ko`rsatadi. Shuning uchun suyuqlik yo`nalishi bo`yicha solishtirma to`la energiya boshqa tur energiyaga (masalan, issiqlik energiya) o`tib ketadi. Buni gidravlikada yo`qolgan dam h<sub>f</sub> deyiladi. Suyuqlik boshlang`ich kesma qancha uzoqlashgan sari, shuncha yo`qolgan dam ortib boradi

Buni suyuqlik harakati bo`yicha o`rnatilgan Pito naychalardagi suv sathlarni kamayib borishi ko`rsatadi. Agar Pito naychalardagi suv sathlarni chiziq bilan birlashtirsak mavjud bo`lgan elementar oqimcha uchun to`la dam chizig`ini hosil qilamiz.

Oqimchani ikkita kesmada o`rnatilgan Pito naychalardagi suv sathlarning farqi shu oraliq S da yo`qolgan dam h<sub>f(1-2)</sub> ni bildiradi

$$H_1 - H_2 = h_{f(1-2)}$$

yoki

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{f(1-2)}$$

Ifoda elementar mavjud bo`lgan suyuqlik uchun yozilgan D.Bernulli tenglamasidir.

Mavjud bo`lgan suyuqliknı tafsiflash uchun gidravlik va pezometrik nishab tushunchasi kiritiladi. Elementar oqimcha yo`nalishi bo`yicha olingan ikki kesma

uchun topilgan to`la damlar ayirmasini shu kesmalar orasidagi masofaga nisbati gidravlik nishab  $I_g$  deyiladi.

$$I_g = \frac{\left( z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \left( z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} \right)}{l} = \frac{h_{f(1-2)}}{l}$$

Agar ikki kesma uchun topilgan pezometrik damlar ayrmasini shu kesmalar orasidagi masofaga nisbatini olsak, uni pezometrik nishab  $I_p$  deyiladi.

$$I_p = \frac{\left( z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right) - \left( z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right)}{l}$$

**Mavjud suyuqlik oqimi uchun D.Bernulli tenglamasi.** Oqim deganda, uning yuzasidan oqib o`tayotgan elementar oqimchalar yig`indisi tushuniladi. Demak, oqim uchun yozilgan D.Bernulli tenglama yig`indisi, ya`ni integraliga teng bo`ladi. Integrallashdan avval D.Bernulli tenglamasini og`irlik sarfi  $\gamma dQ$  ga kupaytiramiz va keyin integrallaymiz.

$$\int_{\omega_1} \left( z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right) \gamma dQ + \int_{\omega_1} \frac{u_1^2}{2g} \gamma dQ = \int_{\omega_2} \left( z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right) \gamma dQ + \int_{\omega_2} \frac{u_2^2}{2g} \gamma dQ + \int h_f \gamma dQ \quad (1)$$

Agar, endi shu integralni hisoblab chiqsak, D.Bernulli tenglamasini mavjud oqim uchun topgan bo`lamiz. Birinchi integral ichidagi had  $z + \frac{P}{\gamma}$  elementar oqimcha va umumiy oqim uchun ham o`zgarmas. Shuning uchun  $\gamma(z + \frac{P}{\gamma})$  hadni integral tashqarisiga chiqarib yuborish mumkin.

$$\gamma \left( z + \frac{P}{\gamma} \right) \int_{\omega} u d\omega = \gamma \left( z + \frac{P}{\gamma} \right) Q ,$$

$z + \frac{P}{\gamma}$  ikki hadning o`zgarmasligi parallel va silliq o`zgaruvchan oqimchalar

uchun olingan jonli kesmaning ixtiyoriy nuqtasida xaqlidir.

$$\int_{\omega_1} \left( z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right) \gamma u d\omega = \left( z + \frac{P}{\gamma} \right) \gamma \int dQ = \left( z + \frac{P}{\gamma} \right) \gamma Q$$

D.Bernulli tenglamasidagi ikkinchi hadi  $\int_{\omega} \frac{u^2}{2g} \gamma dQ$  elementar oqimchalar yig`indisining kesma yuzadan o`tib borayotgan kinetik energiyani bildiradi. Bunda  $dQ = u d\omega$  desak, unda

$$\int_{\omega} \frac{u^2}{2g} \gamma dQ = \int_{\omega} \frac{u^3}{2g} \gamma d\omega = \frac{\gamma}{2g} \int_{\omega} u^3 d\omega$$

Ifoda (6.14) bo`yicha olingan kesma yuzasidan o`tayotgan oqimning kinetik energiyasi aniqlanadi;  $u = f(y, z)$  esa o`zgaruvchan maxalliy tezlikdir.

Gidravlikada ifodani integrallash uchun, butun jonli kesma bo`yicha oqim zarrachalarining tezliklari o`rtacha tezlikga teng deb faraz qilinib, integral hisoblanadi.

$$K_{sh} = \frac{\gamma}{2g} \int_{\omega} u^3 d\omega = \frac{\gamma}{2g} \int_{\omega} v^2 v d\omega = \frac{\gamma v^2 Q}{2g}$$

$K_{sh}$  ni "chartli" kinetik energiyasi desa bo`ladi va u haqiqiy kinetik energiya  $K_x$  dan farqli bo`ladi, chunki u jonli kesma bo`yicha olingan zarrachalarning haqiqiy tezliklari orqali topiladi.

$$K_x = \frac{\gamma}{2g} \int_{\omega} u^3 d\omega$$

Shuni aytib o`tish kerakki, "chartli" kinetik energiya doim haqiqiy kinetik energiyadan kam bo`ladi. Agar haqiqiy kinetik energiyaga "chartli" kinetik energiyani bo`lsak, unda

$$\frac{K_x}{K_{sh}} = \frac{\frac{\gamma}{2g} \int_{\omega} u^3 d\omega}{\frac{\gamma}{2g} v^2 Q} = \frac{\int_{\omega} u^3 d\omega}{v^2 Q} = \alpha,$$

bunda  $\alpha$  - kinetik energyaning koeffitsienti, uning miqdori olingan jonli kesmadagi oqimning notekis tarqalgan tezligiga bog`liq.

$\alpha$  koeffitsienti tajriba orqali, ya`ni suyuqlik oqimini har xil nuqtalardagi maxsus qurilma yordamida o`lchangan tezliklar bo`yicha aniqlanadi.

Quvur va kanallarda silliq o`zgaruvchan suyuqlik turbulent holatda harakat qilayotgan oqim uchun kinetik energiya koeffitsientning o`rtacha qiymati  $\alpha = 1,05 \div 1,10$ .  $\alpha > 1$  ligini nazariy yo`l bilan ham ko`rsatish mumkin. Agar (3.46) ifodada haqiqiy tezlikni o`rtacha tezlik bilan almashtirilsa,  $u = v \pm \Delta u$

$$\frac{\int_{\omega} u^3 d\omega}{v^3 \omega} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left( \frac{u}{v} \right)^3 d\omega = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left( \frac{v \pm \Delta u}{v} \right)^3 d\omega = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left( 1 \pm \frac{\Delta u}{v} \right)^3 d\omega \quad (2)$$

Agar integral ichidagi qiymatni yoysak,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left[ \left( 1 \pm 3 \frac{\Delta u}{v} + 3 \left( \frac{\Delta u}{v} \right)^2 \pm \left( \frac{\Delta u}{v} \right)^3 \right) \right] d\omega &= \frac{1}{\omega} \int_{\omega} d\omega \pm \frac{3}{\omega} \int_{\omega} \frac{\Delta u}{v} d\omega + \\ &+ \frac{3}{\omega} \int_{\omega} \left( \frac{\Delta u}{v} \right)^2 d\omega \pm \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left( \frac{\Delta u}{v} \right)^3 d\omega \end{aligned}$$

Ifodada 4 chi haddagi  $\left(\frac{\Delta u}{\nu}\right)^3$  juda kichkina bo`lgani uchun,

$$\pm \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{\nu}\right)^3 d\omega = 0,$$

2 chi had esa  $\pm \frac{\Delta u}{\nu} = 0$ . Buni ko`rsatish uchun suyuqlik sarfini ko`ramiz:

$$Q = \int u d\omega \text{ va } Q = \nu \cdot \omega$$

Agar haqiqiy tezlikni  $u = \nu \pm \Delta u$  desak, unda

$$Q = \int_{\omega} (\nu \pm \Delta u) d\omega = \int_{\omega} \nu d\omega \pm \int_{\omega} \Delta u d\omega = Q \pm \int_{\omega} \Delta u d\omega$$

$\pm \int_{\omega} \Delta u d\omega = 0$  teng. Shuning uchun ifoda (3.46) quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi:

$$\alpha = 1 + \frac{3}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{\nu}\right)^2 d\omega$$

Bundan ko`rinadiki, kinetik energiyaning koeffitsienti a doim I dan katta ekan.

### ASOSIY ADABIYOTLAR:

1. Убайдуллаев П.Х., Убайдуллаев Б.П. Амалий суюқлик механикаси (Гидравлика). Ўқув қўлланма. ТТЙМИ, Тошкент, 2003й.
2. Ubaydullayev P.X., Ubaydullayev B.P., Amaliy suyuqlik mexanikasi. (Gidravlika). O'quv qo'llanma. Toshkent. Turon-iqbol. 2006у.
3. Нурмухаммедов Х.С. Гидравлика, гидромашиналар ва гидроюритмалар. Дарслик. "Фан ва технология", Тошкент 2012й
4. .А.Ю. Умаров "Гидравлика". Дарслик. Тошкент "Ўзбекистон", 2002й
5. Убайдуллаев П.Х., Бабаев А.Р. "Суюқлик ва газ механикасидан масалалар ечиш усуллари". Ўқув-услубий қўлланма. Тошкент, 2011й.
6. Шейпак А.А. Гидравлика, гидропневмопривод. Учебник. М. 2006.
7. Лапшев Н.Н. Гидравлика. Учебник. М. Издательства. 2010 г.
8. Башта Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидропривод. Учебник. М. Издательский дом. 2009 г.
9. Чоршанбиев, У. Р., Озоджонов, Ж. Т., Обиджонов, А. Ж., & Бабаев, А. Р. (2023). ДИСПЕРС СИСТЕМАНИНГ КИНЕМАТИК ПАРАМЕТРЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ УСУЛИ. SUSTAINABILITY OF EDUCATION, SOCIO-ECONOMIC SCIENCE THEORY, 1(9), 85-93.
10. Бабаев, А. Р., & Умаров, У. В. (2023). МАҲАЛЛИЙ ХОМ АШЁЛАРДАН ТАЙЁРЛАНГАН ФИЛЬТРЛАРНИ ЙОВИШ. *Scientific Impulse*, 1(10), 415-422.

11. Озоджонов, Ж. Т., Обиджонов, А. Ж., Чоршанбиев, У. Р., & Бабаев, А. Р. (2023). НАПОРЛИ ҚУВУРЛАРДА ЛОЙҚАЛИ ОҚИМ ҲАРАКАТ ЖАРАЁНЛАРИ. SUSTAINABILITY OF EDUCATION, SOCIO-ECONOMIC SCIENCE THEORY, 1(9), 74-78.

