ОБ ОСОБЫХ ТОЧКАХ РЕШЕНИЙ МНОГОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ В КОМПЛЕКСНОЙ ОБЛАСТИ

Муродилжон Халилов Дурбекович
Ассистент Андижанского Машиностроительного института
Жавлонбек Ибрагимов Равшанбекович
Ассистент Андижанского Машиностроительного института

В этой статье изучается многомерная система комплексных дифференциальных уравнений с комплексным независимым переменным t

$$\frac{dz_s}{dt} = z_s(z_1, z_2, \dots, z_n); \;\; s = 1, \dots, n \tag{1}$$

где $z_s(z)-$ однородные многочлены целой степени $m > 1$ от всех входящих комплексных переменных $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$.

Обыкновенные и особые точки системы. Как известно, система (1) имеет единственное решение

$$z_s(t, t_0) = z_s^0 + \sum_{r=1}^{\infty} a_{rs}(t - t_0)^r, \qquad s = 1, \dots, n \tag{2}$$

аналитическое волизи конечной точки $t_0 \neq \infty$, удовлетворяющее заданным начальным условиям

$$z_s = z_s^0, \qquad s = 1, \dots, n \quad \text{при} \quad t = t_0 \neq \infty; \quad z_s^0 \neq 0, \qquad z_s^0 \neq \infty.$$

Вейерштрассовы элементы (2) порождают, вообще говоря, многозначные аналитические функции. Как известно, особые точки аналитических функций определяются в процессе аналитических продолжений элементов (2). Рассмотрим какой-нибудь один из Вейерштрассовых элементов (2), а также некоторый ориентированный непрерывный путь z с одним концом в t_0 и уходящих за круг сходимости k_0 начального элемента (2). Возьмен на пути z точку t_1 лежащую в k_0 достаточно близко к кантуру и построим элемент $z_s(t_1, t_2), s = 1, \dots, n$ с центром в точке t_1. Если круг сходимости k_1 элемента $z_s(t_1, t_2), s = 1, \dots, n$ входит за пределы k_0, то возьмен на пути z точку $t_2 \neq t_1$, лежащую в k_1 достаточно близко к контуру и построим далее элемент $z_s(t_1, t_2), s = 1, \dots, n$ с центром в t_2 и т. д. Если на пути z имеется такая точка $t = \xi$, что радиусы r_n кругов k_n стремятся к нулю при $|t_n - \xi| \to 0, n \to \infty$, то аналитическое продолжение рассматриваемых ветвей некоторых (или всех) функций z_s оказывается невозможным за точку $t = \xi$. Вейерштрасовы элементы (2) вместе со всеми рядами, полученными аналитическим продолжением, определятса n $z_s^*(t_0, t, z_1^*, \dots, z_n^*), s = 1, \dots, n,$ которые являютса решением ситемы (1), аналитеским во всех точках области, определяемой совокупностью непосредственно примыкающих кругов сходимости k_0, k_1, k_2, k_3 и тюд.

Вейерштрассово аналитическое продолжение легко распространить и на бесконечно-удаленную точку (кратко Б. у-точку) с помощью замены t на $\frac{1}{\tau}$ в произвольном элементе, не содержащем нулевую точку $t = 0$ и последующего продолжения, преобразованного элемента вдоль пути $\bar{z}$, полученного преобразованием из пути z стремящегося к Б. у-точке.

Определение I. Точку $t = \xi$, за которую аналитическое продолжение рассматриваемых ветвей некоторых (или всех) функций z_s невозможно, для некоторого пути z назовем особой точкой для решений $z_s = z_s^*(t, t_0, t_1^0, \dots, z_n^0)$ вдоль пути z.

Важно заметить, что понятие обыкновенной или особой точки для многозначной функции зависит от проходимого пути. Точка t может быть обыкновенной для одного пути, исходящего из центра элемента, и особой для другого пути, исходящего из того же центра. Для однозначной же функции свойство точки.

t быть обыкновенной или особой не зависит от выбранного пути. В аналитической теории дифференциальных уравнений доказывается, что для особых конечных точек (кратко $k -$ точек) всегда выполнено условие

$$|z| = |z_1| + |z_2| + \dots + |z_n| \to \infty, \qquad t \to \xi \tag{5}$$

причем $|z|$ является бесконечно большой величиной порядка не ниже, чем m по сравнению с $(t - \xi)^{-1}$. Особые точки с конечным аффиксом для краткости назовем особыми $k -$ точками. Так как особые $k -$ точки зависят от начальних условий, то они являются подвижными особыми точками. Б.у-точка будет особой для решения в $t -$ плоскости тогда и только тогда, если точка $\tau = 0$, где $\tau = t^{-1}$ является особой в $\tau -$ плоскости. Если Б.у-точка не является особой, то будет почти-особой точкой. Почти-особыми називаются такие точки, в которых решение аналитично, но не выполняется условия Коши для существования аналитических решений. $k -$ точки не могут быть почти-особыми.

В противоположность особым $k -$ точкам, особая Б.у-точка является неподвижно особой точкой. Заметим, что особая Б.у-точка является единственной неподвижно точкой для решений системы (I). Для особой Б.у-точки при соотношение (3), характерное для особых $k -$ точек, не всегда выполнено. Докажем, что для почти-особой Б.у-точки при любом непрерывном к ней подходе координаты решения имеют конечные пределы, т.е. $z_s(t) \to a_s \neq \infty$ при $t \to \infty$ которые удовлетворяют системекомплексных уравнений

$$z_s(z_1, z_2, \dots, z_n) = 0, \qquad s = 1, 2, \dots, n. \tag{4}$$

В самом деле, если при некотором индексе p

$$\lim z_p\big(z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)\big) = z_p(a_1, a_2, \dots, a_n) \neq 0, \qquad t \to \infty,$$

то исключая старое независимое t и принимая в качестве нового независимого z_p получия:

$$\frac{dz_s}{dz_p} = \frac{z_s(z_1, z_2, \dots, z_n)}{z_n(z_1, z_2, \dots, z_n)}, \qquad s = 1, 2, \dots, n. \tag{5}$$

Так как в некоторой окрестности точки $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ $z_p(z) \neq 0$ и в этой окрестности $|z_p(z)|$ имеет положительную нижнюю грантъ, то системы (I) и (5) в рассматриваемой окрестности эквивалентны. Согласно теореме Пикара-Пенвеле об единственности аналитического решения $z_s = z_s(t)$, $s = 1, 2, \dots, n$, удовлетворяющего условиям $z_s(t) \to a_s$; $s = 1, 2, \dots, n$, $t \to \infty$ мы можем записать для системы (5) решение в вида $z_s = \theta_s(z_p - a_p)$, $s = 1, 2, \dots, n$ где $\theta_s -$ аналитисечкие функции от разности $z_p - a_p$. Из очевидного соотношения

$$t - \xi = \int_{a_p}^{z_p} \frac{dz_p}{z_p(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{p-1}, z_p, \theta_{p+1}, \dots, \theta_n)}$$

следует, что при $z_p = a_p, t \to \infty$. Мы пришли к противоречию. Следовательно, числа a_s удовлетворяют системе (4). В частности, если все $a_s = 0$ хотя бы для одного непрерывного пути, то Б.у-точку назовем нуль-точкой решения системы (I) и для нее

$$\lim_{t \to \infty} z_s(t) = 0, \qquad s = 1, 2, \dots, n$$

(хотя бы вдоль одного пути!). Отметим, что особые $k -$ точки не могут быть нуль-точками решений системы (I).

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Т. А. Джалилова. Сверхзвуковое обтекание тонкого клина и конуса потоком газа с частицами при учете теплообмена и отражения частиц. Известия Академик наук Уз ССР, серия технических наук, 1976 г, №3, статья.
2. Т. А. Джалилова. Диссертация на тему: “Исследования обтекания плоских и осесимметрическых тел потоком газа с твердыми частицами с учетом теплообмена между фазами и отражения частиц от твердой поверхности”. 01.02.02 – механика жидкостей, газа и плазми. 24. 10. 1978 г.
3. Т. А. Джалилова, Г. Ш. Комолова, М. Д. Халилов. О распространении сферической волны в. Innovative, educational, natural and social sciences. 87-92 стр. 16. 03. 2022 г.
4. S. Ergashov, B. Komiljonov, M. Xalilov. Differensial tenglamalarni mexanika va fizikaning ba’zi masalalarini yechishga tadbiqlari. Namangan muhandislik texnologiyalari instituti ilmiy-texnika jurnali. 430-433 b. 2021 y.
5. С. Х. Акбарова, М. Д. Халилов. О краевой задаче для смешанно-параболического уравнения. Andijan State University named after Z.M.Babur Institute of Mathematics of Uzbekistan Academy of Science National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek Scientific Conference. 88-89. 2019.

6. М. Д. Халилов, Б. К. Комилжонов. Differensial tenglamaga olib keluvchi ba'zi masalalar. Journal of Advanced Research and Stability ISSN: 2181-2608 15-19 b.

7. С. Х. Акбарова, М. Х. Акбарова, М. Д. Халилов. О разрешимости нелокальной краевой задачи для смешанно –параболического уравнения. International scientific journal «global science and innovations 2019: CENTRAL ASIA». NUR-SULTAN, KAZAKHSTAN, SEP-OCT 2019. 130-131.

8. M. D. Xalilov, B. K. Komiljonov. Differensial tenglamaga olib keluvchi ba'zi masalalar. Journal of Advanced Research and Stability ISSN: 2181-2608 15-19 b. 2022-yil. 14-aprel.

9. Khalilov Murodiljon, Tillayev Donyorbek. Experience In Using The Relationship Between Mathematics And Physics In Shaping The Concept Of Limit. ANALYTICAL JOURNAL OF EDUCATION AND DEVELOPMENT. 212-215. 2021.

10. M.Khalilov, G.Komolova, B.Komiljonov. Solve Some Chemical Reactions Using Equations. European Journal of Business Startups and Open Society. Vol. 2 No. 1 (2022): EJBSOS ISSN: 2795-9228. 45-48 p.

11. G.Komolova, M.Khalilov. Stages of Drawing up a Mathematical Model of the Economic Issue. Journal of Ethics and Diversity in International Communication. ISSN 2792-4017 (online), Published under Volume: 1 Issue: 8 in January-2022. 76-79 p.

12. M.D. Xalilov, B.K. Komiljonov, G.Sh. Komolova. Garmonik skalyar tebranishlarning kompleks va vektor ifodalanishi. Miasto Przyszłości. ISSN-L:2544-980X. Table of Content - Volume 24 (Jun 2022).

13. Х.А.Рахматулин. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред. ПММ, 20, вып.2, 1956.

14. Н.А.Мамадалиев. О движении тел со сверхзвуковой скоростью в двухкомпонентной среде. Изв. АН УзССР, серия техн. наук, 1966 №1.

15. Р.И.Нигматулин. Уровнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двух температурной сплошной среде при наличие фазовых превращений. Изв 1967 №5.

16. В.А.Диткин, А.П.Прудников. Справочник по операционному исчислению, М, "Высшая школа", 1965.

17. И. А. Гольдфайн. Векторный анализ и теория поля. Государственное издательство "Высшая школа", Москва, 1963.

18. Матрасов А. Maple 6: решение задач высшей математики и механики. – Санкт Петербург :Изд-во БХВ- Петербург, 2001.