ДАРАЖАЛИ ФУНКЦИЯ ВА УНИНГ ҲОСИЛАСИ. ДАРАЖАЛИ ФУНКЦИЯ ҚИЙМАТИНИ ҲИСОБЛАШ

Рузимуротов Фарид Обид ўғли
Чирчиқ давлат педагогика университети талабаси

Аннотация: *Ушбу мақолада сиз даражали функция ва унинг ҳосилфаси ҳамда функцичнинг қийматини ҳисоблаш ҳақида билимларга эга бўласиз. Шунингдек, мавзуга оид булган мисолларб чечилиш намунаси билан бирга илова қилинган.*

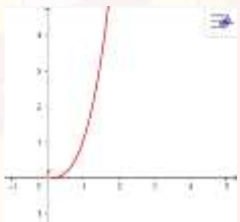
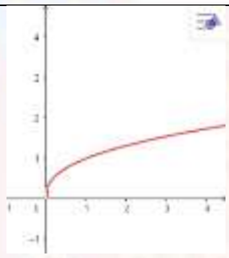
Калит сўзлар: *Даражали функция, функцич ҳосиласи, таркибий формула ва функция қийматини топиш.*

Кириш: Маълумки,

1. Даражали функция ва унинг ҳосиласи. Ихтиёрий α ҳақиқий сон учун ва ҳар бир муносабат x сон учун x^{α} сон аниқланган. (0; ∞) оралиқда α сонини танлаймиз.

Таъриф. $f(x) = x^{\alpha}$ формула билан берилган функция *даражали фунция* (даража кўрсаткичи α бўлган функция) дейилади.

Агар α>0 бўлса, у ҳолда даражали функция $x = 0$ да ҳам аниқланган бўлади, чунки $0^{\alpha} = 0$. Бутун α ларда даражали f функция $x < 0$ да ҳам $f(x) = x^{\alpha}$ формула билан аниқланган бўлади. Жуфт α ларда бу функция жуфт, тоқ α ларда эса тоқ функсиядир. Шу сабабли даражали функсияни текширишни (0; ∞) оралиқда ўтказиш етарли.

Энди ихтиёрий α да формула чиқарамиз. Аниқланиш соҳасига тегишли ихтиёрий x учун даражали функсия ҳосиласи бундай топилишини исботлаймиз:

$$(\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{\alpha}})' = \boldsymbol{\alpha x}^{\boldsymbol{\alpha - 1}}. \qquad (1)$$

Ҳақиқатан, $x = e^{lnx}$ бўлгани учун $x^{\alpha} = e^{\alpha lnx}$. Бундан мураккаб функция ҳосиласини ҳисоблаш қоидасига кўра ушбуни ҳосил қиламиз:

$$(x^{\alpha})' = (e^{\alpha lnx})' = e^{\alpha lnx}(\alpha lnx)' = x^{\alpha} \cdot \alpha \cdot \frac{1}{x} = \alpha x^{\alpha - 1}.$$

(1) формула исботланди.

$\alpha > 0$ да даражали функция (0; ∞) оралиқда камаяди, чунки $x > 0$ да $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1} < 0$. $\alpha > 0$ да $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1} > 0$, шунинг учун даражали функсия $x > 0$ да ўсади. Бундан ташқари $x = 0$ да даражали функсия 0 га тенг ва $x > 0$ ҳамда $x \to 0$ да $x^{\alpha} \to 0$. Шу сабабли, 0 нуқта ўсиш оралиғига қўшилади, яъни $\alpha > 0$ да даражали функсия $[0; \infty)$ оралиқда ўсади. Даражали функция графикларининг мисоллари ҳар хил α учун 1-расмда келтирилган.

(1) формуладан $f(x) = x^{\alpha}$ даражали функциянинг ҳосиласи даражали функция ($f'(x) = \alpha x^{\alpha-1}$) экани келиб чиқади. Даражали функциянинг бошланғич функсияси борасида иш бошқача.

$\alpha \neq -1$ да $f(x) = x^{\alpha}$ даражали функсиянинг бошланғич функсияси $F(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{\alpha+1} + C$ бўлишини текширш осон.

$\alpha = -1$ да f нинг бошланғич функсияси $F(x) = ln|x| + C$ экани маълум.

2. Даражали функсия қийматларини ҳисоблаш.

$(1 + \Delta x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha\Delta x$ (2)

таркибий формулани чиқарамиз.

$f(x) = x^{\alpha}$ функсияни қараймиз ва $x_0 = 1$ ва $x = 1 + \Delta x$ да маълум бўлган

$f(x) \approx f(x_0) + f^{ъ}(x_0)\Delta x$ (3)

таркибий формуладан фойдаланамиз. $f(x_0) = f(1) = 1$ ва $f'(x) = \alpha x^{\alpha-1}$ га эгамиз, бундан $f'(x_0) = f'(1) = \alpha 1^{\alpha-1} = \alpha$. (3) формула бўйича

$f(x) = (1 + \Delta x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha\Delta x.$

Кўпинча бу формула илдизларни ҳисоблашда қўлланилади. $\alpha = \frac{1}{n}$ деб олиб, топамиз:

$\sqrt[n]{1 + \Delta x} = (1 + \Delta x)^{\frac{1}{n}} \approx 1 + \frac{\Delta x}{n}.$ (4)

Мисол. Таркибий қийматларини ҳисоблаймиз:

А) $\sqrt[4]{1.08}$; Б) $\sqrt[3]{27.03}$; В) $\sqrt[10]{1000}$.

(4) формуладан фойдаланамиз:

А) $\sqrt[4]{1.08} = (1 + 0.08)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0.08 = 1.02;$

Б) $\sqrt[3]{27.03} = \sqrt[3]{27\left(1 + \frac{0,03}{27}\right)} = 3 \cdot \sqrt[3]{1 + \frac{0,03}{27}} \approx 3\left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{0,03}{27}\right) \approx 3,0011.$

($\sqrt[3]{27.03}$ нинг вергулдан кейинги саккизта ишорали қиймати бундай: $\sqrt[3]{27.03} \approx \approx 3.0011107.$)\

В) $2^{10} = 1024$ эканини қайд қиламиз. Ушбуга эгамиз: $\sqrt[10]{1000} = \sqrt[10]{2^{10} - 24} = 2 \cdot \sqrt[10]{1 - \frac{24}{2^{10}}} \approx 2\left(1 - \frac{24}{10 \cdot 2^{10}}\right) \approx 1.995.$

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Алгебра ва анализ асослари. Русча нашрини А.Н.Колмогоров таҳрирқилган. Тошкент “Ўқитувчи” 1994.