Российский университет Дружбы Народов
Инновационные подходы в современной науке

IKKINCHI TARTIBLI EGRI VA SIRTLARNING UMUMIY TENGLAMALARI

Toshturdiyev Asadbek Saitmurod o'g'li
O'zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti talabasi

Annotatsiya: *Ushbu ilmiy maqolada ikkinchi tartibli egri va sirtlarning umumiy tenglamalari mavzusi haqida fikr yuritamiz*

Kalit so'zlar: *sirtlar, koordinatalar, tenglamalar, giperbola, parabola.*

KIRISH

"Algebra va geometriya" kursi PM, ACS va INF mutaxassisliklari talabalari tomonidan asosiy kurs sifatida o'rganiladigan matematik fanlar tizimida alohida o'rin tutadi. Kursni o'rganish aniq muammolarni hal qilish uchun analitik geometriya va chiziqli algebraning asosiy tushunchalari va usullarini, shuningdek, boshqa matematik fanlarni qo'llab-quvvatlash uchun zarurdir.

Ilmiy maqolaning maqsadi "Algebra va geometriya" kursi bo'yicha nazariy bilimlarni chuqurlashtirish va mustaqil ishlash ko'nikmalarini shakllantirish; amaliy masalalarni yechishda algebra va geometriyani amaliy qo'llash. Bu ishda egri chiziqlar va ikkinchi tartibli sirtlarning umumiy tenglamalarini kanonik shaklga keltirish masalasi yechimi mavjud.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Kosmosdagi **ikkinchi tartibli sirt** - koordinatalari tenglamani qanoatlantiradigan nuqtalar to'plami R^3 $\vec{x} \in R^3$

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\phi_{ij}x^i x^j + 2\sum_{k=1}^{3}b_k x^k + c = 0.$$

Bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin

$$\phi(\vec{x}, \vec{x}) + 2b(\vec{x}) + c = 0.$$

Bu erda $\phi(\vec{x}, \vec{x})$ kvadratik shakl va $b(\vec{x})$ chiziqli shakl.

Oxirgi tenglama quyida sanab o'tilgan kanonik shakllardan biriga aylantirish va tarjima o'zgarishlari bilan qisqartirilganligini ko'rsatish mumkin. Dekart koordinata tizimiga ega bo'lgan ikki o'lchovli yoki uch o'lchovli fazoning kanonik shaklidagi har bir tenglama egri chiziq yoki maxsus turdagi ikkinchi darajali sirtni tavsiflaydi.

Ellips va giperbola . Kosmosda **markaziy** deb ataladigan **ikkita ikkinchi tartibli egri chiziq** R^2 mavjud. Ushbu egri chiziqlar shaklning kanonik tenglamalari bilan tavsiflanadi

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1, \quad (1)$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1 \quad (2)$$

va mos ravishda **ellips** va **giperbola** deb ataladi . Ushbu ikkinchi tartibli egri chiziqlarning umumiy ko'rinishi 1. a va 1. b-rasmda ko'rsatilgan. Keling, ellips va giperbolaning ba'zi xususiyatlarini o'rganamiz.

(1) tenglamadan shunday $|x_1| \le a_1$ va $|x_2| \le a_2$. Koordinata o'qlari ellipsning simmetriya OX_1 o'qlari OX_2 , koordinata tizimining boshi esa ellipsning simmetriya markazidir. Simmetriya o'qlari **ellipsning asosiy o'qlari** , simmetriya markazi esa **ellipsning markazi** deb ataladi . Agar, masalan, shart bajarilsa $a_1 > a_2$, u holda o'q ellipsning **katta** o'qi, o'q esa ellipsning **kichik** o'qi deb ataladi OX_1 . Bosh o’qlar va ellipsning kesishish nuqtalari ellipsning **cho’qqilari** deyiladi . Agar , u holda ellips aylanaga **aylanadi** . $OX_2\, a_1 = a_2$

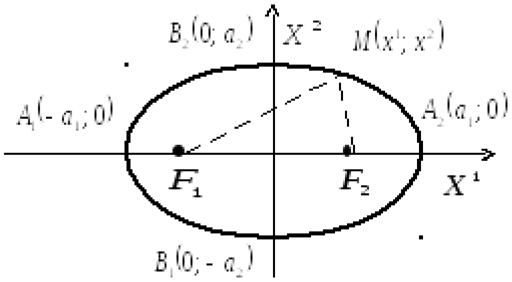

Рис. 1 а.

Keling, aniqlik uchun, $a_1 > a_2$. Keling, $c^2 = a_1^2 - a_2^2$ nuqtalarni belgilaymiz $F_1(-c; 0)$ va o'qda ellipsning markaziga simmetrik ravishda $F_2(+c; 0)$ joylashganlar **ellips fokuslari** deb ataladi . OX_1

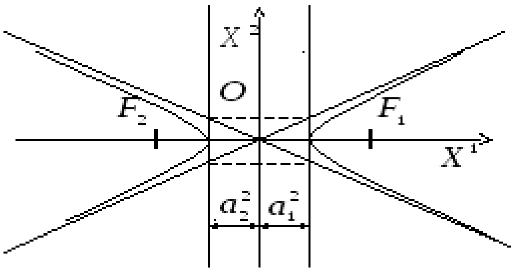

Рис. 5.5.1. б.

Ellipsning quyidagi xossalari saqlanadi .

Mulk 3.1. Ellipsning istalgan nuqtasidan uning fokuslarigacha bo'lgan masofalar yig'indisi ga teng doimiy qiymatdir . $M(x_1; x_2)\ F_1\ F_2\ 2a_1$

Ellipsning barcha nuqtalari uchun quyidagi tengliklar amal qiladi:

$$\rho(M, F_2) = \left|\frac{c}{a_1} x_1 - \frac{a_1^2}{c}\right|, \quad \rho(M, F_1) = \frac{c}{a_1} x_1 + \frac{a_1^2}{c}.$$

To'g'ri chiziqlar L_1 va L_2 tenglamalar bilan

$$x_1 - \frac{a_1^2}{c} = 0, \quad x_1 + \frac{a_1^2}{c} = 0, \quad (3)$$

mos ravishda ellipsning **chap** va **o'ng direktrisalari** deyiladi .

Mulk 3.2. Ellipsning istalgan nuqtasidan fokuslarigacha bo'lgan masofalarning va , nuqtadan mos keladigan direktrisalarga va , masofalarining nisbati o'zgarmas qiymatdir, ya'ni , . M F_1 F_2 M L_1 L_2 $\dfrac{\rho(M, F_k)}{\rho(M, L_k)} = \alpha_k = const$ $k = 1, 2$

Ellipsdan farqli o'laroq, giperbola **cheksiz egri chiziqdir** , buni to'g'ridan-to'g'ri tenglamadan (2) ko'rish mumkin. Koordinata o'qlari va koordinata o'qlari mos ravishda giperbolaning **o'qlari** va **simmetriya markazidir .** Xuddi ellipsda bo'lgani kabi, giperbolaning simmetriya o'qlari va simmetriya markazi mos ravishda uning **asosiy o'qlari** va **giperbolaning markazi** deb ataladi . Bosh o'qlardan biri giperbolani kesib o'tadigan nuqtalar giperbolaning **uchlari deyiladi.** Rasmda bu o'q OX_1, bu holda giperbolaning **haqiqiy o'qi deb ataladi.** Ikkinchi o'q o'qi OX_2 giperbola bilan umumiy nuqtalarga ega emas va shuning uchun giperbolaning **xayoliy o'qi deb ataladi.** Agar yozuvni kiritadigan bo'lsak $c^2 = a_1^2 + a_2^2$, u holda nuqtalar $F_1(-c; 0)$ deyiladi **giperbolaning fokuslari** . $F_2(+c; 0)$

Giperbolaning quyidagi xossalari amal qiladi .

Mulk 3.1. Giperbolaning istalgan nuqtasidan uning o'choqlarigacha bo'lgan masofalar farqining mutlaq qiymati ga teng doimiy qiymatdir . $M(x_1; x_2)$ F_1 F_2 $2a_1$

Tenglamalar bilan to'g'ri chiziqlar

$$x_2' = \frac{a_2}{a_1} x_1$$, (4)

yoki tenglamali to'g'ri chiziq

$$x_2' = -\frac{a_2}{a_1} x_1$$. (5)

giperbolaning **asimptotalari** deyiladi .

Giperbola nuqtalari uchun, shuningdek, ellips nuqtalari uchun quyidagi tengliklar amal qiladi:

$$\rho(M, F_2) = \frac{c}{a_1}\left| x_1 - \frac{a_1^2}{c} \right|; \quad \rho(M, F_1) = \frac{c}{a_1}\left| x_1 + \frac{a_1^2}{c} \right|.$$

To'g'ri chiziqlar L_1 va L_2 tenglamalar bilan

$$x_1 - \frac{a_1^2}{c} = 0, \quad x_1 + \frac{a_1^2}{c} = 0 \qquad (6)$$

mos ravishda giperbolaning **direktrikslari** deyiladi .

Mulk 3.2. Giperbolaning har qanday nuqtasi uchun nuqtadan fokuslargacha bo'lgan masofalar nisbati va nuqtadan mos keladigan direktrisalarga bo'lgan masofalar o'zgarmas qiymatdir, ya'ni. M M F_1 F_2 M L_1 L_2

$$\frac{\rho(M, F_k)}{\rho(M, L_k)} = \alpha_k = const$$, Qayerda $k = 1, 2$.

Parabola . Tekislikda **bitta markaziy bo'lmagan ikkinchi tartibli egri chiziq -** kanonik tenglamaga ega **parabola** R^2 mavjud.

$x_1^2 = 2a_1^2 x_2$. (7)

Parabola 2-rasmda ko'rsatilgan, undan ko'rinib turibdiki, parabola yuqorida muhokama qilingan giperbola kabi **cheksiz egri chiziqdir .** Parabola bitta simmetriya o'qiga, ya'ni o'qga ega OX_1 va simmetriya markaziga ega emas. Parabola o'qining parabolaning o'zi bilan kesishgan nuqtasi **parabolaning** cho'qqisi deb ataladi . Nuqta parabolaning **fokusi** $F\left(\frac{a_1^2}{2}, 0\right)$ deyiladi . Tenglama bilan to'g'ri chiziq L

$x_1 = -\frac{a_1^2}{2}$, (8)

parabolaning **direktrisasi** deyiladi .

Parabolaning quyidagi xossalari amal qiladi .

Mulk 3.1. Parabolaning istalgan nuqtasidan direktrisagacha bo'lgan masofa bir xil nuqtadan parabolaning fokusigacha bo'lgan masofaga teng .

Mulk 3.2. Parabolaning har qanday nuqtasi uchun nuqtadan fokusgacha bo'lgan masofalar va nuqtadan direktrisagacha bo'lgan masofaning nisbati birlikka teng doimiy qiymatdir, ya'ni $M \; M \; F \; M \; L$ $\frac{\rho(M, F_k)}{\rho(M, L_k)} = 1$.

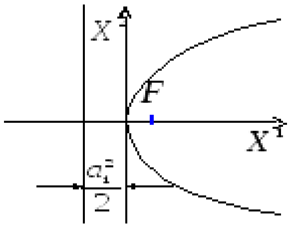

Рис. 2.

Ellipsoid va giperboloidlar . Kosmosda **kanonik tenglamalar bilan aniqlangan , degenerativ bo'lmagan** , ikkinchi darajali markaziy sirtlarning R^3 uch turi mavjud.

$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1$, (9)

$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1$, (10)

$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1$. (o'n bir)

(9) – (11) tenglamalar bilan fazoda aniqlangan sirtlar mos ravishda **ellipsoid** , **bir varaqli giperboloid** va **ikki varaqli giperboloid** R^3 deb ataladi .

Ushbu sirtlarning turini bilish uchun biz **bo'limlar usulidan** foydalanamiz . Ushbu usulning mohiyati koordinatali tekisliklarga parallel bo'lgan cheksiz tekisliklar oilasini qurishdir. Shunday qilib, (9) tenglamada biz X_1OX_2 tenglamalar bilan koordinata tekisligiga parallel tekisliklar turkumini chizamiz $x_3 = c \cdot a_3$, bu erda $-\infty < c < +\infty$. Keyin (9) tenglamaga almashtirish tenglamani beradi

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1 - c^2,$$

qiymatlar uchun $|c| \leq 1$ ellips tenglamasiga to'g'ri keladi (1). Shunday qilib, biz qismlarga bo'lingan ellipslarni olamiz. Bo'limlar koordinata tekisliklari $x_1 = 0$ va $x_2 = 0$ ellipsdir. Ushbu ikkinchi tartibli sirtlarning umumiy ko'rinishi 3-a, b, v-rasmlarda ko'rsatilgan.

<u>Konus</u> . Uch o'lchovli fazoda kanonik tenglamaga ega bo'lgan **konus yuzasi** R^3 mavjud

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 0 \quad . (12)$$

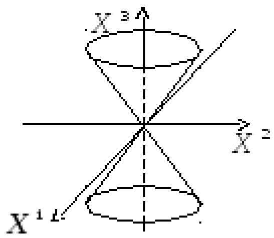

Рис. 4.

(12) tenglama bilan tavsiflangan sirt turi 4-rasmda ko'rsatilgan. Bu sirt **konus** deb ataladi . Konusning **to'g'ri dumaloq konus** $a_1 = a_2$ deyilganda .

XULOSA

Ushbu ilmiy maqolada egri chiziqlar va ikkinchi tartibli sirtlarning umumiy yechimini kanonik shaklga keltirish nazariyasi ko'rib chiqildi. Nazariy savollarga javoblar berilgan. Kanonik shakldagi egri grafik va kanonik shakldagi sirt grafigi tuzildi. Egri chiziqlar va sirtlarni kanonik shaklga keltirish grafiklarni qurishni sezilarli darajada osonlashtirishi ko'rsatilgan. Olingan natijalar o'xshash egri va sirtlarni qurishning muayyan muammolariga qo'llanilishi mumkin.

FOYDALANGAN ADABIYOTLAR:

1. Apatenok R.F. va boshqalar.Chiziqli algebra va analitik geometriya elementlari.- Minsk: Vysheish. maktab, - 272 p.
2. Myshkis A.D. Oliy matematika bo'yicha ma'ruzalar. - M.: - Fan, 1967. - 638 b. . Danko P.E. va boshqa oliy matematika mashqlar va masalalarda. 4.1. - M: Yuqoriroq. maktab, 1986. - 304 b. .
3. Apatenok R.F. va boshqalar.. Chiziqli algebra va analitik geometriyadan masalalar to'plami. - Minsk: Yuqori. maktab, 1990. - 286 p. .

4. Golovina L.I. Chiziqli algebra va uning ayrim qo‘llanilishi. - 3-nashr, qayta ko'rib chiqilgan. va qo'shimcha - M.: “Fan”: Fizika-matematika adabiyoti bosh tahririyati, 1979. - 392 b.