LOGARIFM VA UNING XOSSALARI

O'rinboyev Jaloliddin Lochinbek o'g'li,
Irkinov Maxmud Farxod o'g'li
Qorjovov Tojiqul G'ani o'g'li
O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali talabalari

Annotatsiya: ***Logarifm*** *(qadimgi yunoncha, λόγος (logos) – munosabat va ἀριθμός (a.rious)— son) musbat to'plamida aniqlanadigan funksiya. "b" sonning „a" asosga ko'ra logarifmi deb, „b" sonni topish uchun „a" asosni ko'tarish kerak bo'lgan daraja ko'rsatkichiga aytiladi. Logarifmlarning ta'rifi va ularning qiymatlari jadvali (trigonometrik funksiyalar uchun) birinchi marta 1614 yilda Shotlandiya matematigi Jon Nepier tomonidan nashr qilingan.*

Tayanch so'zlar: *Logarifm, xossalar, Logarifm jadvali, Daraja, Asos*.

Bu darsda biz logarifmning uchta xossasini isbotlaymiz: ko'paytma qoidasi, bo'linma qoidasi va daraja qoidasi. Buni boshlashdan oldin bizga foydali bo'lgan bir faktga qaraylik.

$$\log_b(b^c) = c$$

Boshqacha aytganda, bunda **b** asosli logarifm yo'qolib, faqat **b** ning daraja ko'rsatkichi qoladi!

Logarifm ko'rsatkich haqida o'ylashning boshqa bir yo'lidir. $\log_a b$ ning qiymati "**b** ning qanday darajasi **a** ga teng?" degan savolning javobi bo'ladi.

Demak $\log_b(b^c)$ ni "**b** ning qanday darajasi $\boldsymbol{b^c}$ ga teng?" deb hisoblashingiz mumkin. Demak, javob **c** daraja!

Ko'paytma xossasi:

$$\boldsymbol{\log_b(MN) = \log_b(M) + \log_b(N)}$$

Qoidani isbotlashni **M=4, N=8** va **b=2** bo'lgan holdan boshlaylik.

Ushbu qiymatlarni $\log_b(MN)$ga qo'ysak:

$$\begin{aligned} \log_2(4*8) &= \log_2(2^2 * 2^3) && 2^2 = 4\ va\ 2^3 = 8 \\ &= \log_2(2^{2+3}) && a^m * a^n = a^{m+n} \\ &= 2+3 && \log_b(b^c) = c \\ &= \log_2 4 + \log_2 8 && 2 = \log_2 4\ va\ 3 = \log_2 8 \end{aligned}$$

Hamda biz $\boldsymbol{\log_2(4*8) = \log_2 4 + \log_2 8}$ ga ega bo'lamiz.

Endi bu qoida yordamida misollarni ko'rib chiqsak bo'ladi.

4 va 8 sonlari 2 ning darajalari sifatida yozish isbotlashning kaliti ekaniga e'tibor bering. Shunda M va N lar b ning darajalari bo`lsa yaxshi bo`lar edi. x va y haqiqiy sonlar uchun $M = b^x\ va\ N = b^y$ deylik.

Bu xossadan foydalanish uchun **M** va **N** musbat sonlari bo'lishi kerak. (Agar unday bo'lmasa, $\boldsymbol{\log_b M\ va\ \log_b N}$ ta'rifga ega emas!)

Demak, $\boldsymbol{b^x = M\ va\ b^y = N}$ uchun qandaydir **x** va **y** bo'lishi kerak.

Ta'rifga ko`ra : $\log_b M = x\ va\ \log_b N = y$ o`rinlidir.

Bo‘linma xossasi:

$$\log_b\left(\frac{M}{N}\right) = \log_b M - \log_b N$$

Ushbu xossaning isboti yuqorida bajarilgandek bo‘ladi.

Agar $M = b^x\ va\ N = b^y\ bo\grave{}lsa\ \log_b(M) = x\ va\ \log_b(N) = y$ bo‘ladi.

Bo‘linma qoidasini quyidagidek isbotlay olamiz:

$\boldsymbol{\log_b(\frac{M}{N}) = \log_b(\frac{b^x}{b^y})}$ **o`rniga qo`yish**

$\boldsymbol{= \log_b(b^{x-y})}$ **daraja xossasi**

$\boldsymbol{= x - y}$ $\boldsymbol{\log_b b^c = c}$

$\boldsymbol{= \log_b M - \log_b N}$ **o`rniga qo`yish**

Daraja qoidasi:$\boldsymbol{\log_b(M^p) = p * \log_b M}$

Bu safar asosiy vazifani M o‘ynaydi, $\boldsymbol{M = b^x}$bunda ga teng, bu esa $\boldsymbol{\log_b(M) = x}$ ni beradi.

Daraja qoidasining isboti quyida berilgan:

$\log_b(M^p) = \log_b((b^x)^p)$ o`rniga qo`yish

$\boldsymbol{= \log_b(b^{x*p})}$ **daraja xossasi**

$\boldsymbol{= x * p}$ $\boldsymbol{\log_b(b^c)}$

$\boldsymbol{= \log_b(M) * p}$ **o`rniga qo`yish**

$\boldsymbol{= \mathrm{p} * \log_b(M)}$ **Ko`paytirishda o`rin almashtirish xossasi**

Buni ko‘paytma qoidasiga ko‘ra isbotlashimiz ham mumkin.

Misol uchun: $\log_b(M^p) = \log_b(M * M * \ldots * M)$ bu yerda M p marta ko`paytirilgan.

Isbotlashni tugatish uchun ko‘paytma qoidasidan foydalanamiz. Bu quyida ko‘rsatilgan:

$\log_b(M^P) = \log_B(M * M * \ldots .* M)$ daraja ta’rifi

$= \log_b M + \log_b M + \cdots + \log_b M$ ko`paytma qoidasi

$= p * \log_b M$ takrorli qo`shishning ko`paytma shakli.

Logarifm xossalarining uchtasini isbotlab bo‘ldik!

Xulosa:

Logarifmlar matematikada muhim o‘rin tutadigan tushunchalardan biri bo‘lib, ular eksponent funksiyalarining teskari funksiyasi sifatida keng qo‘llaniladi. Logarifmlar yirik sonlar bilan ishlashni soddalashtiradi va murakkab hisob-kitoblarni osonlashtiradi. Ularning xossalari ko‘paytma, bo‘linma va darajalarni hisoblashda sezilarli yengillik yaratadi.

Amaliyotda logarifmlar ko‘plab fan va sohalarda, jumladan, fizika, statistika, iqtisodiyot va kompyuter texnologiyalarida keng qo‘llanilib, o‘sish sur’atlari, o‘zgarish tezliklari, nisbatlar va ma'lumotlarni siqish jarayonlarida asosiy rol o‘ynaydi. O‘nlik va natural logarifmlar, ayniqsa, tadqiqotlar va ilmiy ishlarda muhim ahamiyatga ega.

Shunday qilib, logarifmlar matematikaning nazariy jihatlari bilan bir qatorda kundalik hayotdagi texnologik va iqtisodiy hisob-kitoblarda ham keng qo‘llaniladi. Bu ularning qanchalik universalligi va samaradorligining yorqin isbotidir.