O'RTA QIYMAT HAQIDA TEOREMALAR

Esonboyeva Ruxsora Zafar qizi
O‘zbekiston Finlandiya pedagogika instituti 302-guruh talabasi Aniq va amaliy fanlar fakulteti Matematika va informatika yo‘nalishi

Annotatasiya: *o'rtacha qiymat statistikada va matematikada muhim tushuncha bo'lib, ma'lumotlar to'plamining markaziy tendensiyasini ifodalaydi. O'rtacha qiymatning turli xil turlari va ularning xususiyatlarini tushunish, statistika va analitik hisob-kitoblarda muhim ahamiyatga ega. Quyida o'rtacha qiymatga oid asosiy teoremlar va ularning ahamiyati keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *o'rtacha qiymat, o'rtacha arifmetik, o'rtacha harmonik, o'rtacha geometrik, o'rtacha qiymat teoremasi, o'rtacha qiymatning asosiy xossalari, o'rtacha qiymat va dispersiya.*

Matematika- aniq mantiqiy mushohadalarga asoslangan bilimlar haqidagi fan deb e'tirof etilgan. Dastlabki obyekti sanoq bo'lgani uchun ko'pincha unga "hisob haqidagi fan" deb qaralgan. Yunonistonda matematika deganda geometriya tushunilgan. IX XIII asrlarda matematika tushunchasini algebra va trigonometriya kengaytirgan. XVII-XVIII asrlarda matematikada analitik geometriya, differensial, va integral hisob asosiy o'rinni egallaganidan so'ng, to XX asr boshlarigacha u "miqdoriy munosabatlar va fazoviy shakllar haqidagi fan" mazmunida ta'riflangan. XIX asr oxiri XX asr boshlarida turli geometriyalar, algebralar, cheksiz o'lchovli fazolar kabi mazmunan juda xilma-xil, ko'pincha sun'iy tabiatli obyektlar o'rganila boshlanishi bilan matematikaning yuqoridagi ta'rifi o'ta tor bo'lib qoldi. Eng avvalo "Matematika" fani nimani o'rgatadi degan savolni. qo'yamiz. Bu juda murakkab savol bo'lib, unga ta'lim darajasi turli bo'lgan odamlar turli javoblar beradilar. Masalan, boshlang'ich sinf o'quvchilari matematika narsalarni sanash qoidalarini o'rgatadi, deb javob beradilar va bu javobni noto'g'ri deb bo'lmaydi. Chunki bu matematikaning muhim qismi bo'lmish arifmetikaning mohiyatini tashkil etadi va u dastlabki tarixiy davrlarda matematikani to'liq o'z ichiga olgan. O'rta sinf o'quvchilari bu javobga matematika chiziqlar, figuralar, jismlar, ya'ni geometrik obyektlarni ham o'rgatadi deb qo'shimcha qiladilar. Yuqori sinf o'quvchilari esa matematika funksiyalarni o'rgatishini ham ilova qiladilar. Talabalar oliy o'quv yurtlarida matematikaning differensial tenglamalar, ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistika kabi yangidan yangi bo'limlarini o'rganadilar va shu sababli ularning javoblari o'quvchilar javobiga nisbatan kengroq va to'laroq bo'ladi. O'rtacha qiymat (yoki o'rtacha) statistikada va matematikada keng qo'llaniladigan tushuncha bo'lib, bir to'plamdagi qiymatlarning umumiy xususiyatlarini ifodalaydi. O'rtacha qiymat haqida bir nechta teorema va tushunchalar mavjud.Quyidagilar eng asosiylari keltirilgan: aritmetik o'rtacha — statistikada eng keng tarqalgan o'rtacha qiymat hisoblanadi. Bu qiymat bir to'plamdagi barcha elementlarning yig'indisini ularning soniga bo'lish orqali hisoblanadi. Aritmetik o'rtacha ko'plab sohalarda, jumladan, iqtisodiyot, psixologiya, va ijtimoiy fanlarda qo'llaniladi.

Aritmetik o'rtachani hisoblash formulasi: agar $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — bir to'plamdagi n ta element bo'lsa, aritmetik o'rtacha quyidagi formulaga ko'ra hisoblanadi: $\bar{x} = x_1 + x_2 + \ldots + x_n / n$

Bu yerda:

- $\bar{x}$ — aritmetik o'rtacha,
- x_i — to'plamdagi i-chi element,
- n — elementlar soni.

Misol: aytaylik, sizda quyidagi raqamlar bor: 4, 8, 6, 5, 3. Ularning aritmetik o'rtachasini hisoblaymiz:

1. Yig'indini topamiz: $4 + 8 + 6 + 5 + 3 = 26$.
2. Elementlar soni: $n = 5$.
3. Aritmetik o'rtacha: $\bar{x} = 26 / 5 = 5.2$

Aritmetik o'rtachaning xossalari.Oson hisoblash: aritmetik o'rtacha oddiy va tez hisoblanadi.Har qanday raqamlar to'plami uchun mavjud: agar to'plamda raqamlar mavjud bo'lsa, aritmetik o'rtacha ham mavjud.Ta'sirchanlik: o'zgarmagan yoki yangi elementlar qo'shilganda aritmetik o'rtacha o'zgarishi mumkin.Kamchiliklari: ekstremal qiymatlarga sezgirlik: agar to'plamda juda katta yoki juda kichik raqamlar bo'lsa, aritmetik o'rtacha bu qiymatlardan juda ta'sirlanadi va ma'lumotlarning haqiqiy markazini aks ettirmasligi mumkin. Taqsimotning simmetriyasi: aritmetik o'rtacha simmetrik taqsimotlar uchun yaxshiroq ishlaydi.

O'rtacha qiymatning xususiyatlari:

- Linearlik: Agar k va m - ikki son, a1, a2, ..., an - qiymatlar to'plami bo'lsa, unda k A(ч,a) + m = A(ч, ka1 + m, ka2 + m, ..., kan + m).O'zgarmas elementlar: agar to'plamda biror element o'zgarmasa (masalan, bitta qiymat qo'shilsa yoki o'chirilsa), o'rtacha qiymat hisoblashga ta'sir qiladi.

Aytaylik, bizda 5 ta qiymat mavjud: 3, 5, 7, 10, 15.

O'rtacha qiymatni hisoblash:

$S = 3 + 5 + 7 + 10 + 15 = 40$

$n = 5$

$A = S/n = 40/5 = 8$

Demak, o'rtacha qiymat 8 ga teng.

Yangi o'rtacha qiymat: $S'' = 3 + 5 + 7 + 10 + 15 + 20 = 6$

$n = 6$

$A'' = S''/n = 60/6 = 10$

Demak, yangi o'rtacha qiymat 10 ga teng.

O'rtacha qiymat va dispersiyaning bog'liqligi.

Teorema: o'rtacha qiymat dispersiyaning minimal bo'lishini ta'minlaydi.

Misol: aytaylik, qiymatlar: 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9.

O'rtacha qiymat:S = 2 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 7 + 9 = 40

n = 8

A = 40/8 = 5

O'rtacha qiymat:

S = 2 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 7 + 9 = 40

n = 8

A = 40/8 = 5

Dispersiya (D) quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$D = (2-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2 / n$

D = (9) + (1) + (1) + (1) + (0) + (0) + (4) + (16) / 8

D = 32 / 8 = 4

Demak, bu misolda o'rtacha qiymat 5 va dispersiya 4.

Geometrik o'rtacha — bu statistikada ishlatiladigan o'rtacha qiymatning bir turi bo'lib, u ko'proq nisbiy o'zgarishlar yoki ko'paytirish asosida hisoblangan qiymatlarni tahlil qilishda qo'llaniladi. Geometrik o'rtacha, asosan, moliya, iqtisodiyot va biologiya kabi sohalarda qo'llaniladi, ayniqsa o'sish koeffitsiyentlari va foizlar kabi nisbiy o'zgarishlarni hisoblashda. Geometrik o'rtachani hisoblash formulasi: agar $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — bir to'plamdagi n ta musbat element bo'lsa, geometrik o'rtacha quyidagi formulaga ko'ra hisoblanadi:$\bar{x} = n\sqrt{}(x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n)$

Bu yerda:

- $\bar{x}$ — geometrik o'rtacha,
- x_i — to'plamdagi i-chi musbat element,
- n — elementlar soni.

Misol: aytaylik, sizda quyidagi raqamlar bor: 4, 8, 2. Ularning geometrik o'rtachasini hisoblaymiz:

1. Mahsulotni topamiz: $4 \cdot 8 \cdot 2 = 64$.
2. Elementlar soni: $n = 3$.
3. Geometrik o'rtacha:$\bar{x} = 3\sqrt{}(64) = 4$

Geometrik o'rtachaning xossalari:

1. Nisbiy o'zgarishlarga mos keladi: geometrik o'rtacha nisbiy o'zgarishlarni yaxshiroq aks ettiradi.

2. Musbat qiymatlar uchun: geometrik o'rtacha faqat musbat raqamlar uchun hisoblanadi.

3. Ekstremal qiymatlarga nisbatan barqaror: geometrik o'rtacha ekstremal qiymatlardan kamroq ta'sirlanadi va ma'lumotlarning markaziy tendensiyasini yaxshiroq aks ettiradi.

Kamchiliklar.Faqat musbat raqamlar: agar to'plamda manfiy yoki nolga teng qiymatlar bo'lsa, geometrik o'rtacha hisoblanmaydi.Hisoblash murakkabligi: aritmetik o'rtachaga nisbatan geometrik o'rtachani hisoblash biroz murakkabroq bo'lishi mumkin.

O'rtacha qiymatlar orasidagi munosabatlar statistikada muhim ahamiyatga ega. O'rtacha qiymatlarning turli turlari ma'lum bir ma'lumot to'plamining xususiyatlarini tushunishga yordam beradi. Eng keng tarqalgan o'rtacha qiymatlar quyidagilardir aritmetik o'rtacha.Aritmetik o'rtacha — bu ma'lumotlar to'plamidagi barcha qiymatlarni qo'shib, ularning soniga bo'lish orqali hisoblanadi. Formulasi:$\bar{x} = x_1 + x_2 + \ldots + x_n / n$.Median (Median o'rtacha)Median — bu ma'lumotlar to'plamining o'rtasida joylashgan qiymat. Agar to'plamdagi qiymatlar tartiblangan bo'lsa, median quyidagicha aniqlanadi:agar n — to'plamdagi elementlar soni juft bo'lsa, median ikki o'rtadagi qiymatning o'rtasidir.agar n — to'plamdagi elementlar soni toq bo'lsa, median o'rtadagi qiymatdir. Harmonik o'rtacha.Harmonik o'rtacha — bu invers qiymatlar asosida hisoblangan o'rtacha. U ko'proq tezliklar yoki boshqa invers nisbiy o'zgarishlarni hisoblashda qo'llaniladi. Formulasi:$\bar{x} = n / x_1 + 1 / x_2 + \ldots + 1 / x_n\}$ Geometrik o'rtacha.Geometrik o'rtacha — bu ko'p marta ko'rish yoki ko'paytirish asosida hisoblanadi. U asosan foizlar yoki o'sish koeffitsiyentlarini hisoblashda ishlatiladi. Formulasi:$\bar{x} = (x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n)$^(1 / n)

O'rtacha qiymatlar orasidagi munosabatlar

1. Aritmetik o'rtacha va median: aritmetik o'rtacha ma'lumotlar to'plamidagi barcha qiymatlardan kelib chiqadi, shuning uchun u juda yuqori yoki past qiymatlardan (outliers) ta'sirlanishi mumkin. Median esa qiymatlar taqsimoti asosan simmetrik bo'lsa, aritmetik o'rtachaga yaqin bo'ladi.

2. Aritmetik o'rtacha va harmonik o'rtacha: aritmetik o'rtacha har doim harmonik o'rtachadan katta yoki unga teng bo'ladi, agar barcha qiymatlar musbat bo'lsa. Bu munosabat invers nisbiy o'zgarishlar bilan bog'liq.

3. Geometrik va aritmetik o'rtacha:geometrik o'rtacha har doim aritmetik o'rtachadan kichik yoki unga teng bo'ladi. Bu munosabat, agar barcha qiymatlar musbat bo'lsa, haqiqiy.

4. Geometrik va harmonik o'rtacha: geometrik o'rtacha har doim harmonik o'rtachadan katta yoki unga teng bo'ladi, agar barcha qiymatlar musbat bo'lsa.

O'rtacha qiymatlar statistik tahlil uchun muhim vositalardir va ularning bir-biri bilan bog'liqligi ma'lumotlarni yanada chuqurroq tahlil qilish imkonini beradi. Har bir turdagi o'rtacha qiymat ma'lum bir kontekstda eng yaxshi natijalarni beradi, shuning uchun ularni to'g'ri tanlash juda muhimdir.

Markov teoremasi, ehtimollar nazariyasi va statistikada muhim o'rin tutadi. U ko'plab jarayonlar va tizimlar uchun qo'llaniladi, xususan, Markov jarayonlari bilan bog'liq. Markov teoremasining asosiy g'oyasi shundaki, kelajakdagi hodisalar hozirgi holatga bog'liq bo'lib, o'tgan hodisalar bu holatga ta'sir qilmaydi. Buni "Markov xossasi" deb ham atashadi. Markov teoremasining asosiy qoidalari Markov jarayoni — bu tasodifiy jarayon bo'lib, uning kelajakdagi holati faqat hozirgi holatga bog'liq, o'tgan holatlarga emas. Formulasi quyidagicha ifodalanadi: $P(X_{n+1} = x \mid X_n = x_n, X_{n-1} = x_{n-1}, \ldots, X_0 = x_0) = P(X_{n+1} = x \mid X_n = x_n)$ bu yerda P — ehtimollik, X_n — jarayonning n-chi holati.

Markov Zanjiri: Markov zanjiri — bu ketma-ketlikdagi holatlar to'plami bo'lib, har bir holatning ehtimoli faqat avvalgi holatga bog'liq. Bu zanjirlar ko'pincha ehtimollar matritsasi orqali ifodalanadi.Erkinlik va Birinchi O'rin: Markov teoremasi ko'pincha erkinlik va birinchi o'rin ehtimolliklari bilan bog'liq. Agar biror jarayon Markov bo'lsa, u holda uning kelajakdagi holati avvalgi holatlar bilan bog'liq emas.

Markov Teoremasining Qo'llanilishi

• Statistik Tahlil: markov jarayonlari statistik tahlil va prognozlashda keng qo'llaniladi.

• Moliya: moliyaviy modellarni yaratishda, masalan, aksiyalar narxlarini prognozlashda foydalaniladi.

• Mashina O'qitish: markov qarorlari jarayonlari (MDP) mashina o'qitish va sun'iy intellekt sohalarida qo'llaniladi.

• Biologiya: genetika va populyatsiya dinamikasini modellashda.Markov teoremasi va uning asosidagi g'oyalar tasodifiy jarayonlarni tushunishda muhim ahamiyatga ega. U ko'plab sohalarda qo'llanilib, real dunyo jarayonlarini modellashga yordam beradi.

Ushbu teoremlar statistik tadqiqotlar va analitik hisob-kitoblarda muhim ahamiyatga ega bo'lib, ma'lumotlar to'plamining xususiyatlarini yaxshiroq tushunishga yordam beradi. O'rtacha qiymatlarning turli turlari va ularning xususiyatlari, shuningdek, ular orasidagi munosabatlar statistik tahlilni yanada chuqurroq va aniqroq o'tkazishga imkon beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOT VA HAVOLALAR:

1. Karimov I.A. O'zbekiston iqtisodiy islohotlarni chuqurlashtirish yo'lida. -Toshkent.: O'zbekiston, 1995, -269 b.
2. Karimov I.A. Yangicha fikrlash va ishlash davr talabi. Toshkent.: O'zbekiston, 1997. T.5. -384 b.
3. Juraev T. va boshkalar. Oliy matematika asoslari. 1-jild. T.: “O‘zbekiston”, 1995 yil.
4. Juraev T. va boshkalar. Oliy matematika asoslari. 2-jild. T.: «Ўзбекистон». 1999.
5. Fayziboyev va boshqalar. Oliy matematikadan misollar. Toshkent. «O'zbekiston». 1999.